

PROBLEMES D'OPTIMITZACIÓ

1. Amb una xapa de llanda quadrada de costat 60 cm és necessari fer un calaix sense tapa que tinga volum màxim. Es retallen quadrats en els angles de la xapa i es doblega esta per a formar el calaix. Quin ha de ser la longitud del costat dels quadrats tallats?

Solució: costat = 10 cm

2. Es desitja construir una llauna de conserves en forma de cilindre circular recte d'àrea total 150 cm^2 i volum màxim. Determina l'altura i el radi.

$$\text{Solució: radi} = \frac{5}{\sqrt{\pi}} \text{ cm i altura} = \frac{10}{\sqrt{\pi}} \text{ cm}$$

3. Calcular el radi de la base d'un con de volum 10 cm^3 perquè l'àrea lateral siga mínima.

$$\text{Solució: radi} = \sqrt[6]{\frac{450}{\pi^2}} \text{ cm}$$

4. Trobar entre totes les rectes que passen pel punt (1,2) la que forma amb les parts positives dels eixos coordinats un triangle d'àrea mínima. Trobar esta àrea.

Solució: la recta buscada és $4x + 2y - 8 = 0$ i l'àrea 4 u^2

5. D'un espill rectangular de $90 \times 80 \text{ cm}$ s'ha trencat un cantó en forma triangular de catets 12 i 10 cm respectivament. Trobar les dimensions de l'espill rectangular de superfície màxima que es puga traure aprofitant l'anterior.

Solució: les dimensions del nou espill: $87 \times 72,5 \text{ cm}$

6. Es considera un cercle de radi 1 cm. Provar que el rectangle d'àrea màxima inscrit en el cercle donat és un quadrat.

Solució: és un quadrat de costat = $\sqrt{2} \text{ cm}$

7. Trobar el radi de la base i l'altura d'un cilindre inscrit en una esfera de radi 1 cm quan el volum del cilindre és màxim.

$$\text{Solució: radi} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ cm i altura} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$