Juny 2002 EXERCICI B

PROBLEMA 3. Considerar les funcions definides per a $x \geq 0, f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ i $g(x) = ar\cos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$. Calcular *f´(x) i g´(x)* i expressar-les de la manera més simplificada possible. (*2 punts*)

Solució: $f^{'}(x) = \frac{1}{1+x^2} = g^{'}(x)$

Juny 2005 EXERCICI B

PROBLEMA 3. Trobar les constants reals a i b perquè $f(x) = \begin{cases} x\ln x + a & x > 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{\sin \pi x}{x} & x < 0 \end{cases}$ siga una funció contínua per a tot valor real x (*3,3 punts*).

Solució: Perquè f(x) siga contínua per a tot valor real de x, b = a = π

Setembre 2002 EXERCICI A

PROBLEMA 4. Siga $f(x) = x^3 + a\,x^2 + b\,x + c$. Trobar *a, b, c* sabent que *f* aconsegueix un màxim és $x = -4$ i un mínim en $x = 0$ i que $f(1) = 1$.

Solució: $a = 6$, $b = 0$ i $c = -6$; *l'expressió de f serà* $f(x) = x^3 + 6x^2 - 6$

Setembre 2003 EXERCICI A

PROBLEMA 2. En un gran prat s'ha de tancar una zona de 400 m^2, que ha de tindre forma de rectangle. Cada metre de tanca costa 100 euros. Si x és la mesura en metres d'un dels seus costats, es demana:

a) Obtindre raonadament la funció f tal que f(x) siga el cost de la tanca, indicant entre quins valors pot variar x *(1,3 punts)*.

b) Deduir raonadament el valor de x per al que la funció f(x) aconsegueix el valor mínim *(2 punts)*.

Solució:

a) $dom(f) = (0, +\infty)$

b) f(x) aconsegueix el valor mínim per a x = 20 m, és a dir, per a una zona Vallada quadrada (x=20 m i y=20 m).

Juny 2004 EXERCICI A

PROBLEMA 3. Trobar raonadament el punt de la corba $y = \dfrac{1}{1+x^2}$ en el que la recta tangent a la corba té pendent màxima i calcular el valor d'este pendent. *(3,3 punts)*

Solució: el punt on la recta tangent te pendent màxima és $\left(\dfrac{-1}{\sqrt{3}}, \dfrac{3}{4} \right)$ *i el pendent és* $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

Juny 2006 EXERCICI B

PROBLEMA 3. Donada la funció f(x)= ln x en l'interval tancat [1 , e], sent e = 2,718281…:

a) Raonar que hi ha un punt P de la gràfica y = ln x en què la recta tangent a ella és paral·lela a la recta que passa pels punts A = (1, 0) i B = (e, 1) *(1 punt)*.

b) Obtindre el punt P considerat en a) *(1,8 punt)*.

c) Calcular el pendent de la recta tangent a y = ln x en eixe punt P *(0,5 punts)*.

Solució:

a) TVM

b) El punt P serà (e – 1 , Ln (e – 1))

c) el pendent serà: $\dfrac{1}{e-1}$

Setembre 2006 EXERCICI B

PROBLEMA 3.

a) Obtindre la derivada de la funció $f(x) = ax + b + \sin x$ (0,5 punts). Calcular a i b si $O = (0, 0)$ és un punt de la corba $y = ax + b + \sin x$, la recta tangent del qual en $O = (0, 0)$ és l'eix X (1,8 punts).

b) Justificar que la funció $g(x) = -\dfrac{2}{\pi}x + \sin x$ s'anul·la en dos punts de l'interval $[0, \pi]$ (0,5 punts).

c) Calcular eixos dos punts (0,5 punts).

Solució:

a) $f'(x) = a + \cos x$, $a = -1$ *y* $b = 0$

b) $g(0) = 0 = g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

c) $(0,0)$ $\left(\dfrac{\pi}{2}, 0\right)$

Setembre 2004 EXERCICI A

PROBLEMA 3. Siga $f(x) = x^2 + m\,x$ (on m és un paràmetre real) i $f'(x)$ la funció derivada de f(x). Es demana:

a) Trobar el valor del paràmetre m perquè f(x) tinga un mínim relatiu en $x = -3/4$ *(1,5 punts).*

Solució: per a $m = 3/2$ la funció $f(x)$ te un mínim relatiu en $x = -3/4$

Juny 2005 EXERCICI B

PROBLEMA 4.1 La concentració en sang d'un fàrmac després de la seua presa és:

$C(t) = 0{,}29483\,t + 0{,}04253\,t^2 - 0{,}00035\,t^3$ mg/ml, on t és el temps transcorregut en minuts. Es demana:

a) Calcular el període de temps durant el qual el fàrmac actua (*1,8 punts*).

b) Determinar en quin instant la concentració del fàrmac és màxima (*1,5 punts*).

Solució:

a) El període durant el qual el fàrmac actua es de 0 a 128,090 minuts

b) La concentració del fàrmac es màxima al cap de 84,33 minuts.

Juny 2007

Problema 3.2. Es considera la funció real $f(x) = x^3 + a\,x^2 + b\,x + c$, on *a, b* i *c* són paràmetres reals.

a) Esbrinar els valors de *a* i *b* per als que les rectes tangents a la gràfica de $f(x)$ en els punts d'abscisses $x = 2$ i $x = 4$ són paral·leles a l'eix X. *(2 punts).*

b) Amb els valors de *a* i *b* trobats anteriorment, obtindre el valor de *c* per al que es compleix que el punt d'inflexió de la gràfica de $f(x)$ està en l'eix X. *(1,3 punts).*

Solució: $a = -9$ i $b = 24$, $c = -18$

Setembre 2006 EXERCICI A

PROBLEMA 3. Donades les funcions $f(x) = x^3 - 3x + 8$ i $g(x) = -3x$, es demana:

a) Calcular el màxim absolut de la funció $f(x)$ en l'interval $[-3, 0]$ **(1 punt).**

b) Calcular el punt de tall de la corba $y = f(x)$ i la recta $y = g(x)$ **(1 punt).**

Solució:

a) màxim absolut en el punt $(-1, 12)$

b) $(-2, 6)$.

Juny 2009

Problema 4.1. Es desitja construir un celler amb forma de paral·lelepípede de 100 m^3 de volum de manera que el llarg de la base siga 3/4 de l'amplària x de la base. Se sap que els preus d'un metre quadrat de sòl, de sostre i de paret lateral són, respectivament, 225 €/m^2, 300 €/m^2 i 256 €/m^2. Determinar raonadament:

a) El valor x de l'amplària de la base que minimitza el cost. *(2,3 punts).*

b) El cost mínim. *(1 punt).*

Solució: El valor de x que minimitza el cost és 4, és a dir, cal construir un celler la base de la qual tinga una amplària de 4 m. El cost mínim del celler és de 33600€

Juny 2008

Problema 4.2. Una finestra té forma de trapezi rectangular. La base menor mesura 20 cm i el costat oblic mesura 40 cm. Trobar, raonadament, l'angle α que ha de formar el costat oblic amb la base major perquè l'àrea de la finestra siga màxima. *(3,3 punts).*

Nota: Un trapezi rectangular és un quadrilàter amb dos costats paral·lels i en el que un dels altres dos costats és perpendicular a estos dos costats paral·lels.

Solució: l'àrea de la finestra és màxima si l'angle $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ *rad i l' àrea mesurarà* $600\sqrt{3}m^2$